ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 75, № 3
июнь, 1988

КВАНТОВАЯ ЗАДАЧА НЕСКОЛЬКИХ ЧАСТИЦ С ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ

I. ЗАДАЧА ДВУХ ТЕЛ

Куперин Ю. А., Макаров К. А., Меркурьев С. П., Мотовилов А. К., Павлов Б. С.

Методами теории расширений с выходом в дополнительное гильбертово пространство в двухчастичном секторе построена теория рассеяния частиц, обладающих внутренней структурой. Исследованы аналитические свойства амплитуд резонансного рассеяния и функций Грина, отвечающих классу сингулярных энергозависящих взаимодействий.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе построена теория рассеяния в системах нескольких частиц, обладающих внутренней структурой. В физическом аспекте это феноменология сильных взаимодействий адронов или ядер. Содержание этой феноменологии определяется тем энергетическим интервалом, в котором мы хотим описать взаимодействие частиц. Поэтому всюду ниже подразумевается, что речь идет об энергиях, при которых действительно начинают играть существенную роль внутренние степени свободы сталкивающихся объектов. Эффект внутренней структуры проявляется в дополнительном и, как показано ниже, энергозависящем взаимодействии, не сводящемся к взаимодействию, обусловленному мезонными обменами. Отметим сразу же, что одна из основных физических гипотез, заложенных в описываемую ниже модель — это гипотеза о том, что всякое энергозависящее взаимодействие частиц должно получаться учетом их внутренней структуры. Мы отчасти оправдываем эту гипотезу в следующем смысле: предъявляем математически корректную схему связи внутренних (кварковых, нуклонных) и внешних (адронных, ядерных) степеней свободы, с необходимостью приводящую к энергозависящим взаимодействиям во внешнем канале. Более того, в рамках определенных предположений о характере перехода сталкивающихся частиц, обладающих внутренней структурой, в компаунд-состояние мы описываем, по существу, максимально широкий класс таких взаимодействий. Критерием отбора при этом служат унитарность и аналитичность матрицы рассеяния.

В математическом аспекте предлагаемая нами конструкция лежит в пересечении формальной теории рассеяния с теорией расширений операторов. Она призвана смоделировать основные явления, возникающие при столкновении двух или трех частиц, обладающих сложной внутренней структурой.

Перечислим вопросы, на которые, по нашему мнению, должна давать ответ любая модель теории рассеяния в системах нескольких частиц с внутренней структурой.

1. Как математически корректно определить оператор энергии систем двух и трех частиц с энергозависящими потенциалами?

Дело в том, что «оператор», коэффициенты которого зависят от спектрального параметра, оператором в действительности не является. Его область определения начинает зависеть от спектрального параметра. В лучшем случае это пучок операторов; однако такие объекты уже не из области квантовой механики, если мы хотим иметь дело с фиксированной динамикой, а не с континуальным набором неэквивалентных динамик.

2. Фиксирует ли динамика внутренних степеней свободы частиц энергозависимость потенциалов во внешнем канале и какая спектральная информация о внутреннем гамильтониане должна содержаться в потенциалах внешнего канала?

Этот вопрос навеян изучением моделей теории рассеяния с энергозависящими потенциалами, построенных на физическом уровне строгости (см., например, [1—4]).

3. Если в задаче двух тел ясно, от какой энергии зависит потенциал, то от какой энергии зависят потенциалы в задаче трех и большего числа частиц?

Легко понять, что это один из самых важных и трудных вопросов как с точки зрения физики задачи, так и с точки зрения самосогласованности модели. Обсуждение этого вопроса см., например, в работе [5], где так и не был получен окончательный ответ.

4. Сохранится ли при переходе от задачи двух тел к задаче трех тел парный характер энергозависящих потенциалов и если да, то имеем ли мы право задавать трехчастичные энергозависящие силы независимо от парных?

5. Как построить математически корректные уравнения Фаддеева для энергозависящих взаимодействий, т. е. такие уравнения, которые обладают фредгольмовой структурой и эквивалентны исходному многочастичному уравнению Шредингера?

Наконец, остается вопрос о реалистичности модели. В настоящей работе мы описываем лишь конструкцию в целом, оставляя в стороне приложения. Отметим лишь, что модель, по-видимому, хорошо работает в ситуациях, где фазовый переход, размораживающий внутренние степени свободы частиц, происходит за времена значительно меньшие, чем характерное время жизни компаунд-состояния, т. е. в области резонансных реакций, а также в ситуациях, где информация о детальной динамике этого фазового перехода не является решающей для рассматриваемого круга явлений, как, например, в модели составных кварковых мешков [1].

Отметим, что на основные вопросы 1—5 предлагаемая модель дает достаточно полные и математически аргументированные ответы. Более того, рассматриваемая модель «обладает» асимптотически полными волновыми операторами и унитарной S-матрицей. Как показано в работе [6], матрица рассеяния модели в задаче двух тел унитарна тогда и только тогда, когда спектр внутреннего гамильтониана дискретен, т. е. во внутреннем пространстве нет каналов, «уносящих энергию». Этот критерий сохраняется и в задаче трех тел.

2. ОБЩАЯ СХЕМА МЕТОДА

Напомним вкратце схему метода [6—10]. В двухчастичном секторе мы ограничиваемся рассмотрением бинарных процессов (см. [10]). В трехчастичном секторе мы допускаем в рассмотрение обычные для трехчастичной теории рассеяния процессы [11]: 1) процессы абсолютно упругого рассеяния $2\to2$ и $3\to3$ и процессы $2\to2^*$ с возбуждением мишени; 2) процессы $2\to3$ развала при рассеянии частицы на связанной паре; 3) процессы $2\to2$ перезарядки и, наконец, процессы $3\to2$ образования связанной пары в конечном состоянии при рассеянии трех несвязанных частиц.

С математической точки зрения наша модель основана на теории расширений симметричных операторов с выходом из основного гильбертова пространства [6—8] и навеяна идеями хорошо известной теории дилатаций (см., например, [12]). При этом математическая конструкция в задаче двух тел такова.

Предполагается, что полная динамика, учитывающая взаимодействие внутренних (кварковых, нуклонных и т. п.) и внешних (адронных, ядерных и т. п.) степеней свободы, задается самосопряженным оператором h (гамильтонианом) специальной структуры. Именно, он действует в ортогональной сумме $\mathscr{H}=\mathscr{H}^{\text{in}}\oplus\mathscr{H}^{\text{ex}}$ пространств, где $\mathscr{H}^{\text{in}}$ — гильбертово пространство состояний, отвечающих независимой динамике внутренних степеней свободы, $\mathscr{H}^{\text{ex}}$ — гильбертово пространство состояний, описывающее движение частиц без учета их внутренней структуры. Способ построения гамильтониана h в пространстве $\mathscr{H}$ состоит в следующем. Пусть в пространствах $\mathscr{H}^{\text{ex}}$ и $\mathscr{H}^{\text{in}}$ действуют гамильтонианы h^{ex} и A. Ортогональная сумма $h^{\text{ex}}\oplus A$ — это гамильтониан, задающий независимые динамики во внутреннем $\mathscr{H}^{\text{in}}$ и во внешнем $\mathscr{H}^{\text{ex}}$ каналах. Мы предлагаем следующий способ включения взаимодействий между каналами. Сузим операторы A в $\mathscr{H}^{\text{in}}$ и h^{ex} в $\mathscr{H}^{\text{ex}}$ до симметричных операторов $h_0{}^{\text{ex}}$, A_0 и построим все самосопряженные расширения оператора $h_0{}^{\text{ex}}\oplus A_0$ в пространстве $\mathscr{H}$. Каждое самосопряженное расширение h оператора $h_0{}^{\text{ex}}\oplus A_0$ будем интерпретировать как полный гамильтониан, задающий внутреннюю и внешнюю динамики и взаимодействие между ними. Характер этого взаимодействия регулируется как способом сужения операторов h^{ex} и A, так и выбором конкретной схемы расширений. В рамках самой модели нет критерия отбора тех или иных расширений, т. е. взаимодействий каналов; этот отбор должен диктоваться физикой задачи.

В задаче трех тел мы имеем дело с тремя внутренними каналами $\mathfrak{H}_\alpha{}^{\text{in}}$ $\alpha=1, 2, 3$, в которых действуют гамильтонианы $H_\alpha{}^{\text{in}}$, по существу, двухчастичной природы, и одним внешним каналом $\mathfrak{H}^{\text{ex}}$ с заданным в нем обычным трехчастичным гамильтонианом H^{ex}, включающим в себя лишь, быть может, потенциалы мезонного обмена и кулоновские потенциалы. Для «включения» истинно сильного взаимодействия между каналами $\mathfrak{H}^{\text{ex}}$ и $\mathfrak{H}_\alpha{}^{\text{in}}$ мы должны, как и в двухчастичном случае, «сцепить» гамильтонианы H^{ex} и $H_\alpha{}^{\text{in}}$, $\alpha=1, 2, 3$, самосопряженным образом в единый гамильтониан, действующий в пространстве $\mathfrak{H}=\mathfrak{H}^{\text{ex}}\oplus\left(\sum_\alpha\oplus\mathfrak{H}_\alpha{}^{\text{in}}\right)$. При этом мы сталкиваемся с более богатым, чем в двухтельной задаче, набором возможностей, а заодно и с присущими только трехтельной задаче математическими сложностями.

3. ОПЕРАТОР ЭНЕРГИИ

Мы рассматриваем здесь простейший случай модели, когда внешний и внутренний каналы связываются с помощью граничных условий на некоторой поверхности $\partial\omega=\gamma$, которую мы будем называть поверхностью фазового перехода: $\mathbb{R}^3=\omega^+\cup\omega^-$.

Динамика внешних степеней свободы задается самосопряженным оператором

$$(1)\qquad h^{ex}u_0=(-\Delta_x+v(x))u_0,$$

действующим в пространстве $\mathcal{H}^{ex}=L^2(\mathbb{R}^3)$. Здесь $v(x)$ — периферическое взаимодействие, обусловленное мезонными обменами. В отсутствие связи между каналами $\mathcal{H}^{ex}$ и $\mathcal{H}^{in}$ динамика внутренних степеней свободы определяется в нашей модели произвольным самосопряженным оператором A, действующим в пространстве $\mathcal{H}^{in}$.

Согласно общей схеме, описанной в разделе 2, сузим операторы h^{ex} и A до симметричных операторов h_0^{ex} и A_0, соответственно. Сужение внешнего гамильтониана достигается дополнительным требованием на функции из его области определения, а именно требованием равенства нулю значений функций и их нормальных производных на поверхности фазового перехода γ:

$$(2)\qquad \mathcal{D}(h_0^{ex})=\{u_0\in W_2^2(\mathbb{R}^3),\quad u_0|_\gamma=\partial_n u_0|_\gamma=0\}.$$

Сужение внутреннего гамильтониана A проведем по схеме, предложенной в работе [7], в терминах его преобразования Кэли [13] $W_A=(A+i)^{-1}(A-i)$. С этой целью рассмотрим сужение $W_A{}^0=W_A|\mathcal{H}^{in}\ominus W_A{}^*\theta$, где θ — порождающий элемент оператора A, т. е. такой элемент из $\mathcal{H}^{in}$, который имеет нетривиальные проекции на все собственные функции оператора A. Согласно общей теории [13] обратное преобразование Кэли A_0 оператора $W_A{}^0$ — симметричный оператор, являющийся сужением оператора A. В рассматриваемой здесь простейшей ситуации оператор A_0 имеет индексы дефекта (1,1). Его область определения описывается в терминах теории Неймана [13]:

$$(3)\qquad \mathcal{D}(A_0^*)=\mathcal{D}(\bar{A}_0)+\mathcal{L}(\theta,\ W_A{}^*\theta).$$

Здесь через $\bar{A}_0$ обозначено замыкание оператора A_0, а через $\mathcal{L}(\theta,\ W_A{}^*\theta)$ — линейная оболочка элементов θ и $W_A{}^*\theta$.

Отметим, что если оператор A_0 неплотно задан, то сопряженный к нему $A_0{}^*$, вообще говоря, не определен. Способ преодоления этой трудности подробно описан в работе [9]. По существу, дело сводится к доопределению оператора A_0 на его дефектных элементах $w^\pm$:

$$(4)\qquad w^+={}^1/_2(W_A{}^*\theta+\theta),\qquad w^-=(1/2i)(W_A{}^*\theta-\theta),$$

согласно формуле

$$(5)\qquad A_0{}^*u_1=A\tilde{u}_1-\varepsilon^+w^-+\varepsilon^+w^+.$$

В этом соотношении $\tilde{u}_1$ — произвольный элемент из $\mathscr{D}(A_0)$, а $\varepsilon^\pm$ — числа такие, что

(6) $$u_1=\tilde{u}_1+\varepsilon^+w^++\varepsilon^-w^-.$$

Следующим шагом является описание всех самосопряженных расширений оператора $h_0^{\mathrm{ex}}\oplus A_0$ в пространстве $\mathscr{H}=\mathscr{H}^{\mathrm{ex}}\oplus\mathscr{H}^{\mathrm{in}}$. Это описание может быть дано в терминах «баланса» граничных форм [7] операторов h_0^{ex} и A_0:

(7) $$\{u_0, v_0\}^{\mathrm{ex}}+\{u_1, v_1\}^{\mathrm{in}}=0.$$

Граничная форма $\{\cdot, \cdot\}^{\mathrm{ex}}$ оператора h_0^{ex} определяется обычным соотношением

(8) $$\{u, v\}^{\mathrm{ex}}=\langle h_0^*u, v\rangle-\langle u, h_0^*v\rangle=\lim_{\delta\to 0}\Bigl[\int\limits_{\gamma_\delta^+} d\sigma\,(\partial_n u\bar{v}-u\partial_n\bar{v})-\int\limits_{\gamma_\delta^-} d\sigma\,(\partial_n u\bar{v}-u\partial_n\bar{v})\Bigr],\quad u, v\in\mathscr{D}(h_0^*),$$

где $\gamma_\delta^\pm=\{x\in\omega^\pm : \mathrm{dist}\,(x, \gamma)=\delta\}$, $\omega^\pm$ — внутренняя и внешняя части конфигурационного пространства $\mathbb{R}^3$, на которые разбивает его поверхность γ.

Аналогом граничной формы (8) во внутреннем пространстве служит симплектическая форма в пространстве граничных значений [7], имеющая вид

(9) $$\{u, v\}^{\mathrm{in}}=\varepsilon^-(u)\overline{\varepsilon^+(v)}-\varepsilon^+(u)\overline{\varepsilon^-(v)},\quad u, v\in\mathscr{H}^{\mathrm{in}}.$$

Отметим, что условие баланса (9) соответствует сохранению полной вероятности в расширенном пространстве состояний $\mathscr{H}$.

Описание всевозможных самосопряженных расширений оператора $h_0^{\mathrm{ex}}\oplus A_0$ сводится к описанию нуль-подпространств суммарной граничной формы (7) (т. е. подпространств, на которых эта форма обращается в нуль) в пространстве шестикомпонентных векторов граничных значений вида $\xi=\{\partial_n u^-, u^-, \partial_n u^+, u^+, \varepsilon^+, \varepsilon^-\}$. Здесь через $u^\pm$ и $\partial_n u^\pm$ обозначены предельные значения функций и их нормальных производных на внешней (со знаком плюс) и внутренней (со знаком минус) сторонах поверхности фазового перехода γ.

В качестве примера приведем два типа нуль-подпространств, определяемых следующими условиями связи каналов:

(10) $$\begin{pmatrix} u^+ \\ \partial_n u^- \\ \varepsilon^+ \end{pmatrix}=\left(\begin{array}{cc|c} \multicolumn{2}{c|}{\mathfrak{S}} & \varphi^+ \\ & & \varphi^- \\ \hline \langle\cdot, \varphi^+\rangle & \langle\cdot, \varphi^-\rangle & \alpha \end{array}\right)\begin{pmatrix} \partial_n u^+ \\ u^- \\ \varepsilon^- \end{pmatrix},$$

(11) $$\begin{pmatrix} \partial_n u^+ \\ u^- \\ \varepsilon^+ \end{pmatrix}=\left(\begin{array}{cc|c} \multicolumn{2}{c|}{\mathfrak{S}} & \varphi^+ \\ & & \varphi^- \\ \hline \langle\cdot, \varphi^+\rangle & \langle\cdot, \varphi^-\rangle & \alpha \end{array}\right)\begin{pmatrix} u^+ \\ \partial_n u^- \\ -\varepsilon^- \end{pmatrix},$$

где «усредняющие» функции $\varphi^\pm\in L^2(\gamma)$ задают функционалы $\langle\cdot, \varphi^\pm\rangle$, $\langle u, \varphi^\pm\rangle=\int\limits_\gamma d\sigma\, u\overline{\varphi^\pm}$ и являются функциональными параметрами модели. Через $\mathfrak{S}$ обозначена самосопряженная 2×2 матрица-функция, заданная на поверхности γ, α — вещественное число, которое также параметризует модель. Величина нормы $\|\varphi^{\pm}\|$ усредняющей функции $\varphi^{\pm}$ имеет смысл эффективной константы связи внутреннего $\mathscr{H}^{in}$ и внешнего $\mathscr{H}^{ex}$ каналов. Выключение связи каналов происходит в условиях (10) и (11) в пределе $\|\varphi^{\pm}\|\to 0$. Такой предельный переход вновь приводит к независимой динамике во внутреннем и внешнем каналах. Однако теперь после выключения связи каналов динамика внешнего канала определяется не только потенциалом $v(x)$, но также и матрицей $\mathfrak{S}$, в терминах которой записываются граничные условия на внешнюю компоненту u. В частности, при $\mathfrak{S}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & \tau_a\end{pmatrix}$ граничные условия (10) приводят в ω^+ к задаче Дирихле (Hard Core) и третьей краевой задаче в ω^-. Если $\mathfrak{S}=\begin{pmatrix}\tau_b & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, то граничные условия (11) порождают третью краевую задачу (BCM) в ω^+ и задачу Дирихле в ω^-. Поскольку мы стартовали во внешнем канале с гамильтониана (1), естественно среди всех возможных расширений (10) и (11) рассматривать только те, которые при $\|\varphi^{\pm}\|\to 0$ приводят к исходной динамике (1). Это означает, что при выключении связи между каналами как сама функция u, так и ее нормальная производная $\partial_n u$ должны быть непрерывными при переходе поверхности γ, т. е. матрица $\mathfrak{S}$ в (10) и (11) должна иметь вид

$$\mathfrak{S}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}. \tag{12}$$

Здесь мы ограничимся рассмотрением граничных условий типа (10), положив $\varphi^+=0$, $\varphi^-=\varphi$. Это вместе с (12) обеспечивает непрерывность волновых функций и возвращение к исходной динамике во внешнем канале при выключении связи каналов. Соответствующие граничные условия выглядят следующим образом:

$$[\partial_n u]_\gamma=-\varepsilon^-\varphi, \qquad \varepsilon^+=\langle u, \varphi\rangle, \tag{13}$$

где $[\partial_n u]_\gamma=\partial_n u^+-\partial_n u^-$ — скачок нормальной производной функции при переходе поверхности γ. Для более общего случая граничных условий (10) и (11) мы ограничимся тем, что приведем основные результаты.

4. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РЕЗОЛЬВЕНТЫ

Построенное в предыдущем разделе самосопряженное расширение оператора $h_0^{ex}\oplus A_0$ мы будем интерпретировать как полный гамильтониан h, определяющий динамики во внутреннем и внешнем каналах и взаимодействие между ними. Исследование спектральных свойств гамильтониана h сводится к изучению аналитических свойств его резольвенты $r(z)=$ $=(h-z)^{-1}$. Благодаря наличию двух каналов резольвента $r(z)$ является многокомпонентным оператором, причем связи между ее компонентами достаточно сложны. Поэтому, чтобы изучить оператор $r(z)$, мы переформулируем сначала уравнение $(h-z)r(z)=I$ непосредственно для компонент.

Многокомпонентность резольвенты $r(z)$ проявляется в том, что в представлении элементов пространства $\mathscr{H}$ в виде вектор-столбцов $\mathscr{U}=\{u_0, u_1\}$,

$u_0 \in \mathscr{H}^{ex}$, $u_1 \in \mathscr{H}^{in}$, она имеет естественную блочную структуру

$$(14) \qquad r(z) = \{r_{ab}(z)\},$$

где нулевые значения индексов a, $b=0$ отвечают внешнему каналу, а a, $b=1$ – внутреннему. В силу самосопряженности оператора h компоненты $r_{ab}(z)$ удовлетворяют соотношениям

$$(15) \qquad r_{ab}^*(z) = r_{ba}(\bar{z}).$$

Перепишем уравнение $(h-z)r(z)=I$ в терминах компонент $r_{ab}(z)$. Если $\mathscr{U}=r(z)F$, где F – произвольный элемент из $\mathscr{H}$, $F=\{f_0, f_1\}$, то компоненты u_0 и u_1 вектора $\mathscr{U}$, $\mathscr{U}\in\mathscr{D}(h)$, удовлетворяют системе уравнений

$$(16) \qquad \begin{aligned} &(-\Delta_x+v(x)-z)u_0=f_0,\\ &(A_0^*-z)u_1=f_1 \end{aligned}$$

и граничным условиям

$$(17) \qquad [\partial_n u_0]_\gamma = -\varepsilon^- \varphi,$$

$$(18) \qquad \varepsilon^+ = \langle u_0, \varphi\rangle.$$

Сужение оператора A считается здесь плотно заданным. Коэффициенты $\varepsilon^\pm$ суть граничные значения вектора $u_1: u_1=\tilde{u}_1+\varepsilon^+ w^+ + \varepsilon^- w^-$, и, кроме того, $(A-i)\tilde{u}_1 \perp \theta$. В этом случае, если A_0 задан неплотно, мы должны понимать под A_0^* сужение полного гамильтониана h на внутренний канал.

Для того чтобы получить явные уравнения для компонент $r_{ab}(z)$, рассмотрим случай, когда вектор $\{f_0, f_1\}$ в правой части (16) имеет специальный вид: $\{f_0, 0\}$ или $\{0, f_1\}$. В первом случае $u_0=r_{00}f_0$, $u_1=r_{01}f_0$ и из (16), (17) имеем

$$(19) \qquad \begin{aligned} &(-\Delta_x+v(x)-z)r_{00}f_0=f_0, \qquad (A_0^*-z)r_{10}f_0=0,\\ &[\partial_n r_{00}f_0]_\gamma=-\varepsilon_0^-\varphi, \qquad \varepsilon_0^+=\langle r_{00}f_0, \varphi\rangle. \end{aligned}$$

Здесь через $\varepsilon_0^\pm$ мы обозначили граничные значения вектора $r_{10}f_0$. Аналогично для правой части вида $F=\{0, f_1\}$ получаем уравнения

$$(20) \qquad \begin{aligned} &(-\Delta_x+v(x)-z)r_{01}f_1=0, \qquad (A_0^*-z)r_{11}f_1=f_1,\\ &[\partial_n r_{01}f_1]_\gamma=-\varepsilon_1^-\varphi, \qquad \varepsilon_1^+=\langle r_{01}f_1, \varphi\rangle, \end{aligned}$$

где $\varepsilon_1^\pm$ – граничные значения вектора $r_{11}f_1$. Из (19) и (20) вытекает, что значения $\varepsilon_0^\pm$ и $\varepsilon_1^\pm$ можно рассматривать как функционалы $\varepsilon_0^\pm=\mathscr{E}_0^\pm f_0$, $\varepsilon_1^\pm=\mathscr{E}_1^\pm f_1$ на пространствах $\mathscr{H}^{ex}$ и $\mathscr{H}^{in}$, соответственно. При этом «ядра» $\mathscr{E}_0^\pm$ и $\mathscr{E}_1^\pm$ этих функционалов, по существу, представляют собой граничные значения компонент r_{10} и r_{11} резольвенты $r(z)$ как «функции» первой (внутренней) переменной.

Учтем теперь произвольность элементов f_0 и f_1 в (19) и (20). В результате для компонент $r_{ab}(z)$ получим следующие соотношения:

$$(21) \qquad \begin{aligned} &(-\Delta_x+v(x)-z)r_{0b}(z)=\delta_{0b}\delta(x-x'),\\ &(A_0^*-z)r_{1b}(z)=\delta_{1b}I_1, \qquad b=0, 1, \end{aligned}$$

$$[\partial_n r_{0b}]_\gamma = -\varphi\mathscr{E}_b^-, \quad \mathscr{E}_b^+ = \langle r_{0b}\cdot, \varphi\rangle,$$

которые представляют собой искомые уравнения для компонент $r_{ab}(z)$.

5. ЭНЕРГОЗАВИСЯЩИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Получим замкнутые краевые задачи для определения компонент резольвенты $r_{0b}(z)$, $b=0,1$, исключая граничные значения $\mathscr{E}_b^\pm$ из системы (21). Чтобы осуществить эту программу, воспользуемся тем, что функционалы $\mathscr{E}_b^\pm$ связаны соотношениями

$$\mathscr{E}_b^- = \Delta(z)\mathscr{E}_b^+ + \delta_{1b}\tilde{\Delta}(z), \tag{22}$$

где через $\Delta(z)$ обозначен интеграл Шварца оператора A,

$$\Delta(z) = \langle (I+zA)(A-z)^{-1}\theta, \theta\rangle, \tag{23}$$

и через $\tilde{\Delta}(z)$ — функционал, действующий по формуле

$$\tilde{\Delta}(z) f_1 = \langle (A-i)(A-z)^{-1} f_1, \theta\rangle. \tag{24}$$

Чтобы доказать (22), применим обе части равенства

$$(A_0{}^* - z) r_{1b}(z) = \delta_{1b} I_1 \tag{25}$$

к произвольному элементу $f_{b=0,1} \in \mathscr{H}^{\text{ex, in}}$ и разложим вектор $r_{1b}f_b$ по дефектным элементам $w^\pm$: $r_{1b}f_b \equiv u_{1b} = \tilde{u}_{1b} + w^+\mathscr{E}_b^+ f_b + w^-\mathscr{E}_b^- f_b$. Подставим это разложение элемента u_{1b} в уравнение (25) и явно выразим с его помощью слагаемое $\tilde{u}_{1b}$, $\tilde{u}_{1b} \in \mathscr{D}(A_0)$. Получим, что

$$\tilde{u}_{1b} = \tilde{r}_{1b}(z) f_b, \tag{26}$$

где оператор $\tilde{r}_{1b}(z)$ имеет вид

$$\tilde{r}_{1b}(z) = (A-z)^{-1}[\delta_{1b} I_1 + w^+(z\mathscr{E}_b^+ - \mathscr{E}_b^-) + w^-(z\mathscr{E}_b^- + \mathscr{E}_b^+)]. \tag{27}$$

Отметим, что разложение функции u_{1b} по дефектным элементам $w^\pm$ определяет аналогичное разложение для компонент резольвенты r_{1b}:

$$r_{1b}(z) = \tilde{r}_{1b}(z) + w^+\mathscr{E}_b^+(z) + w^-\mathscr{E}_b^-(z). \tag{28}$$

Воспользовавшись далее условием ортогональности $(A-i)\tilde{u}_1 \perp \theta$, из (27) получим соотношение

$$\begin{aligned} &\langle (A-z)^{-1}[\delta_{1b}(A-i) f_1 + A\theta(z\mathscr{E}_b^+ - \mathscr{E}_b^-) f_b + \\ &+ \theta(z\mathscr{E}_b^- + \mathscr{E}_b^+) f_b], \theta\rangle = 0, \end{aligned} \tag{29}$$

откуда и вытекают связи (22) между функционалами $\mathscr{E}_b^\pm$.

Соотношение (22) позволяет выразить $\mathscr{E}_b^-$ через компоненту резольвенты r_{0b}, посколькку $\mathscr{E}_b^+ = \langle r_{0b}\cdot, \varphi\rangle$, и переписать уравнение (21) для ядра компоненты r_{0b} в виде замкнутой краевой задачи

$$\begin{aligned} &(-\Delta_x + v(x) - z) r_{0b}(z) = \delta_{0b}\delta(x-x'), \\ &[\partial_n r_{0b}]_\gamma = -\varphi\Delta(z)\langle r_{0b}\cdot, \varphi\rangle - \varphi\delta_{1b}\tilde{\Delta}(z), \quad b=0, 1. \end{aligned} \tag{30}$$

В действительности для построения полной резольвенты достаточно определить лишь ее блок r_{00}. В самом деле, граничные условия для $r_{00}(z)$

можно переформулировать в терминах обобщенного потенциала $\mathbf{V}(z)$, зависящего от энергии,

$$(31) \qquad \mathbf{V}(z)u=\delta_\gamma v(z)u,$$

где δ_γ — дельта-функция, сосредоточенная на поверхности γ, а $v(z)$ — интегральный оператор в $L^2(\gamma)$ с ядром

$$(32) \qquad v(x, x', z)=-\varphi(x)\Delta(z)\overline{\varphi(x')}.$$

Уравнение Шредингера для $r_{00}(z)$ с потенциалом $\mathbf{V}(z)$,

$$(33) \qquad (-\Delta_x+v(x)+\mathbf{V}(z)-z)r_{00}(z)=\delta(x-x'),$$

равносильно краевой задаче (30) (при $b=0$). Для компоненты $r_{01}(z)$ также можно написать аналогичное уравнение

$$(34) \qquad (-\Delta_x+v(x)+\mathbf{V}(z)-z)r_{01}(z)=\delta_\gamma\varphi\tilde{\Delta}(z).$$

Если компонента r_{00} уже известна, то решение этого уравнения дается формулой

$$(35) \qquad r_{01}(x)=\tilde{\Delta}(z)r_{00}*(\delta_\gamma\varphi)\equiv\tilde{\Delta}(z)\int_\gamma d\sigma\, r_{00}(x, x', z)\varphi(x').$$

Оператор r_{10} получается отсюда эрмитовским сопряжением $r_{10}(z)=r_{01}^*(z)$ (см. (15)). Затем мы находим r_{11}: сначала вычисляем $\mathscr{E}_1^+=\langle r_{01}\cdot, \varphi\rangle$ и с помощью (22) находим $\mathscr{E}_1^-$, что позволяет на основании соотношений (27) и (28) полностью восстановить компоненту $r_{11}(z)$, а тем самым завершить построение резольвенты $r(z)$ в целом.

Итак, мы установили, что исследование резольвенты $r(z)$ сводится к изучению лишь одной ее «чисто внешней» компоненты $r_{00}(z)$. Для сокращения записи будем далее обозначать $r_{00}(z)$ через $g(z)$. Оператор $g(z)$ играет роль обобщенной резольвенты Крейна [6]. Ее аналитические свойства определяются спектральными свойствами внешнего оператора h^{ex} и внутреннего оператора A, а также выбором граничных условий, связывающих каналы.

6. ДИСКРЕТНЫЙ СПЕКТР И РЕЗОНАНСЫ

Запишем уравнение Липпмана — Швингера для обобщенной функции Грина $g(z)$, считая, что в качестве невозмущенного гамильтониана в (33) выбран оператор $h^{\mathrm{ex}}=-\Delta_x+v(x)$, а его резольвента $g_0(z)=(h^{\mathrm{ex}}-z)^{-1}$ известна:

$$(36) \qquad g(z)=g_0(z)-g_0(z)\mathbf{V}(z)g(z).$$

Поскольку $\mathbf{V}(z)$ — сепарабельный потенциал ранга один (см. (25), (26)), решение этого уравнения имеет вид

$$(37) \qquad g(z)=g_0(z)+\Delta(z)g_0(z)\varphi\langle g_0(z)\cdot, \varphi\rangle/(1-\Delta(z)\langle g_0(z)\varphi, \varphi\rangle).$$

Наличие внутренней структуры у сталкивающихся частиц приводит к появлению у обобщенной функции Грина $g(z)$ целой серии дополнительных особенностей, определяемых корнями дисперсионного уравнения

$$(38) \qquad 1-\Delta(z)\langle g_0(z)\varphi, \varphi\rangle=0.$$

На физическом листе корни этого уравнения могут лежать лишь на отрицательной полуоси. Они определяют дискретный спектр полного гамильтониана h. Действительно, перепишем это уравнение в виде

(39) $$d(z)=\Delta^{-1}(z)-\langle g_0(z)\varphi,\ \varphi\rangle=0.$$

В верхней полуплоскости физического листа $\operatorname{Im} z>0$ функция $\Delta^{-1}(z)$ имеет отрицательную мнимую часть (см. (23)), а функция $\langle g_0(z)\varphi,\ \varphi\rangle$ — положительную. Тем самым корни уравнения (38) в данной полуплоскости отсутствуют. Точно так же обстоит дело и в нижней полуплоскости физического листа. Наконец, отсутствие корней уравнения (38) на обоих берегах разреза, окаймляющего непрерывный спектр оператора h^{ex}, объясняется тем, что функция $\Delta^{-1}(E)$ вещественна, а $\operatorname{Im}\langle g_0(E\pm i0)\varphi,\ \varphi\rangle\neq 0$ для всех $E>0$.

Кроме того, имеются корни уравнения (38) на нефизическом листе, которые следует интерпретировать как резонансы. Резонансы ведут свое происхождение от положительных собственных значений E_s, $E_s>0$, оператора A. Что касается отрицательных корней дисперсионного уравнения (38) на физическом листе, то они возникают в результате сдвига отрицательных собственных чисел $E_s<0$ гамильтониана A, а также сдвига дискретного спектра $\{\lambda_k\}$ оператора h^{ex}.

За движением особенностей обобщенной функции Грина $g(z)$ можно проследить по теории возмущений в пределе малой константы связи каналов $\|\varphi\|\to 0$. Опишем кратко схему исследования уравнения $d(z)=0$, предполагая, что дискретные спектры внутреннего и внешнего операторов A и h^{ex} не пересекаются и хорошо разделены.

Интеграл Шварца $\Delta(z)$ в рассматриваемой модели имеет только полюсные слагаемые

(40) $$\Delta(z)=\sum_s \frac{1+E_s z}{E_s-z}\langle P_s\theta,\theta\rangle,$$

где P_s — спектральные проекторы оператора A. Пользуясь теоремой Руше, можно показать, что в окрестности полюсов E_s существуют корни уравнения $d(z)=0$. Вблизи полюса E_s достаточно рассматривать (в первом порядке теории возмущений по величине константы связи каналов) только s-е слагаемое интеграла Шварца, дающее основной вклад. В этом случае уравнение (38) приобретает вид

(41) $$z-E_s=-\langle P_s\theta,\ \theta\rangle(1+E_s z)\langle g_0(z)\varphi,\ \varphi\rangle.$$

Отсюда вытекает, что его решения z сдвигаются по отношению к E_s на величину порядка $\|\varphi\|^2$ и, в частности, если $E_s>0$, то эти решения находятся на нефизическом листе.

Вычисляя резонансы в первом порядке теории возмущений, следует положить в правой части (33) $z=E_s\pm i0$. Как вытекает из (33), собственное число E_s, $E_s>0$, которое попало на разрез, при включении связи каналов распадается на два резонанса (ср. с [8])

(42) $$z_s^{\pm}\sim E_s-\langle P_s\theta,\ \theta\rangle(1+E_s^2)\langle g_0(E_s\mp i0)\varphi,\ \varphi\rangle.$$

При этом с нижнего берега разреза оно уходит вверх, давая резонанс z_s^{+}, а с верхнего — вниз, превращаясь в $z_s^- = \overline{z_s^+}$. Мнимые части резонансов $z_s^\pm$ определяются величиной $\operatorname{Im}\langle g_0(E+i0)\varphi, \varphi\rangle = {}^1/_2\langle (g_0(E+i0) - g_0(E - i0))\varphi, \varphi\rangle$, которая положительна. В самом деле, встретившийся здесь скачок функции Грина $g_0(z)$ при переходе через разрез явно вычисляется в терминах волновых функций $\psi_p(x)$ непрерывного спектра оператора h^{ex} [8]:

$$(43)\qquad \operatorname{Im}\langle g_0(E+i0)\varphi, \varphi\rangle = \frac{\sqrt{E}}{16\pi^2}\int_{S^2} d\hat{p}\, |\langle \psi_p, \varphi\rangle|^2 > 0,$$

$$(44)\qquad \operatorname{Im}\langle g_0(E-i0)\varphi, \varphi\rangle = -\operatorname{Im}\langle g_0(E+i0)\varphi, \varphi\rangle < 0.$$

Аналогично находятся решения уравнения (41) при $E_s \leqslant 0$. Поскольку при фиксированном отрицательном z правая часть (41) вещественна, то и корень z_s, отвечающий уровню E_s, является вещественным и находится на первом листе. Снова проводя вычисления в первом порядке теории возмущений, получим

$$(45)\qquad z_s - E_s \sim -\langle P_s\theta, \theta\rangle (1+E_s^2)\langle g_0(-|E_s|)\varphi, \varphi\rangle < 0.$$

Для того чтобы проследить за эволюцией по константе связи дискретного спектра $\{\lambda_k\}$ невозмущенного гамильтониана h^{ex}, необходимо в выражении (37) для функции Грина $g(z)$ оставить слагаемые резольвенты $g_0(z)$, дающие при $z \sim \lambda_k$ основной вклад, т. е. полюсные члены вида $\mathscr{P}_k/(\lambda_k - z)$. Здесь $\mathscr{P}_k$ — проектор на собственное подпространство оператора h^{ex}, отвечающее собственному числу λ_k. Проводя такую замену в (37), а также полагая в старшем порядке $\Delta(z) \sim \Delta(\lambda_k)$, убеждаемся, что для обобщенной функции Грина $g(z)$ в окрестности λ_k справедливо представление

$$(46)\qquad g(z) = \frac{(\lambda_k - z)\mathscr{P}_k - \Delta(\lambda_k)\,\{\langle \mathscr{P}_k\varphi, \varphi\rangle \mathscr{P}_k - \mathscr{P}_k\varphi\langle \mathscr{P}_k\cdot, \varphi\rangle\}}{(\lambda_k - z)\,[\lambda_k - z - \Delta(\lambda_k)\langle \mathscr{P}_k\varphi, \varphi\rangle]}.$$

Это представление показывает, что полюс $z = \lambda_k$ у функции $g(z)$ отсутствует лишь в том случае, когда выражение в фигурных скобках равно нулю, что имеет место, если уровень λ_k невырожден. В противном случае из (46) видно, что кратность уровня понижается на единицу. При этом от уровня λ_k отщепляется собственное число полного гамильтониана h:

$$(47)\qquad z = \lambda_k - \Delta(\lambda_k)\langle \mathscr{P}_k\varphi, \varphi\rangle.$$

Направление этого сдвига определяется знаком интеграла Шварца $\Delta(\lambda_k)$ в точках λ_k.

Заканчивая обсуждение спектральных особенностей обобщенной функции Грина, вернемся к общим граничным условиям (10) и (11). Дополнительные особенности, определяемые наличием у сталкивающихся частиц внутренней структуры, связаны здесь также с корнями дисперсионного уравнения, аналогичного (38). Однако функция Грина $g_0(z)$ в этом случае имеет бесконечную серию положительных полюсов, отвечающих дискретному спектру соответствующей краевой задачи (Дирихле или третьего рода) в области ω^-, ограниченной поверхностью фазового перехода γ. Этот положительный дискретный спектр подобно положительному дискретному спектру E_s оператора A превращается в резонансы. Но полного превращения в резонансы не происходит, когда собственные значения λ_k вырождены. Причина этого явления состоит в том, что для соответствующей обобщенной функции Грина вблизи λ_k возникает представление, подобное соотношению (46). Как мы уже отмечали выше, исчезновение полюса обобщенной функции Грина в точке λ_k происходит только в том случае, когда собственное число λ_k невырождено.

Не ограничивая общности, в дальнейшем мы будем предполагать, что полный гамильтониан h имеет только одно собственное число, которое будем обозначать через $-\varkappa^2$. Мы будем также считать, что этот уровень возник в результате сдвига единственного отрицательного уровня внутреннего гамильтониана. Такое предположение позволит упростить запись формул в задаче трех тел.

Внешняя компонента $u_0 \equiv \Phi(x)$ волновой функции связанного состояния, отвечающего собственному числу $-\varkappa^2$, дается формулой

$$\Phi(x) = g_0(-\varkappa^2)\varphi N_0^{-1}, \tag{48}$$

где нормирующий множитель N_0 определяется из равенства

$$N_0^2 = -\frac{d}{dz}[\Delta^{-1}(z) - \langle g_0(z)\varphi, \varphi\rangle]\,|_{z=-\varkappa^2}. \tag{49}$$

Чтобы убедиться в справедливости (48), достаточно вычислить вычет $\mathrm{res}(g, -\varkappa^2)$ обобщенной функции Грина $g(z)$ в точке $z=-\varkappa^2$. Как следует из явного представления для $g(z)$ (37), этот вычет дается соотношением

$$\mathrm{res}(g, -\varkappa^2) = g_0(-\varkappa^2)\varphi\langle g_0(-\varkappa^2)\cdot, \varphi\rangle(1/N_0^2), \tag{50}$$

откуда (48) получается немедленно.

7. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ

Чтобы получить волновые функции, описывающие процесс рассеяния, достаточно выделить в асимптотике ядра $g(x, x', z)$, $z=E+i0$, при $E>0$ $x'\to\infty$ коэффициент при сферической волне. Этот коэффициент представляет собой внешнюю компоненту u_0 полной двухкомпонентной волновой функции $\mathcal{U}=\{u_0, u_1\}$. Ее внутренняя компонента точно так же может быть получена из асимптотики ядра $r_{10}(\cdot, x', z)$ при $x'\to\infty$. Для строгого обоснования этих утверждений следовало бы вычислить скачок полной резольвенты $r(z)$ при переходе с верхнего берега разреза ($z=E+i0$) на нижний ($z=E-i0$). Как известно, скачок резольвенты $r(E+i0)-r(E-i0)$ определяет спектральные проекторы, отвечающие непрерывному спектру, а тем самым и волновые функции. Обоснование описанной процедуры является общим местом в теории рассеяния и может быть найдено, например, в [11].

Асимптотика функции Грина $g_0(x, x', E\pm i0)$ при $x'\to\infty$ имеет вид [11]

$$g_0(x, x', E\pm i0) \sim \frac{1}{4\pi}\frac{\exp\{\pm i\sqrt{E}|x'|\}}{|x'|}\psi_p^{(\pm)}(x), \qquad p=\mp\sqrt{E}\hat{x}', \tag{51}$$

где $\psi_p^{(\pm)}$ — волновые функции непрерывного спектра оператора h^{ex}. Выделяя аналогичную асимптотику в выражении (37) для обобщенной функции Грина $g(x, x', z)$, можно получить явное представление для внешних компонент волновых функций $u_0^{(\pm)}(p, x)$ непрерывного спектра полного гамильтониана h:

$$u_0^{(\pm)}=\psi_p^{(\pm)}+\frac{g_0(p^2\pm i0)\varphi\langle\psi_p^{(\pm)},\varphi\rangle}{\Delta^{-1}(p^2)-\langle g_0(p^2\pm i0)\varphi,\varphi\rangle}. \tag{52}$$

Из этого представления вытекает, что амплитуда рассеяния $f(p, \hat{x})$ в рассматриваемой модели (для определенности мы говорим об амплитуде $f^{(+)}(p, \hat{x})$ и опускаем знак плюс) допускает разбиение на сумму двух слагаемых:

$$f(p, \hat{x})=f_0(p, \hat{x})+f_1(p, \hat{x}), \tag{53}$$

где f_0 — амплитуда рассеяния во внешнем канале при отсутствии его связи с внутренним каналом, а f_1 — дополнительное слагаемое, обусловленное наличием внутренней структуры,

$$f_1(p,\hat{x})=\frac{\langle\varphi,\psi_{p'}\rangle\langle\psi_p,\varphi\rangle}{\Delta^{-1}(p^2)-\langle g_0(p^2+i0)\varphi,\varphi\rangle},\qquad p'=-|p|\hat{x}. \tag{54}$$

Внутренняя компонента u_1 волновой функции может быть найдена в результате решения системы уравнений (21), переписанной при $x'\to\infty$ для u_0 и u_1. Из этой системы для отыскания u_1 достаточно оставить только одно уравнение: $(A_0^*-p^2)u_1=0$, снабженное условиями $[\partial_n u_0]_\gamma=-\varphi\varepsilon^-$, $\varepsilon^+=\langle u_0, \varphi\rangle$. Здесь $\varepsilon^\pm$ — коэффициенты разложения вектора u_1 по дефектным элементам $w^\pm$. Эти коэффициенты могут быть найдены в терминах известной внешней компоненты u_0, после чего компонента u_1 однозначно восстанавливается (см. (25)—(28)).

Отметим в заключение, что для волновых функций $\mathcal{U}^{(\pm)}=\{u_0^{(\pm)}, u_1^{(\pm)}\}$ легко могут быть доказаны стандартные теоремы полноты и ортогональности [11].

8. СВОЙСТВА ЯДРА $v(z)g(z)$

Ядра уравнений Фаддеева, которые будут получены для системы трех частиц с внутренней структурой, выражаются через операторы $v(z)g(z)$. Опишем здесь некоторые их свойства, которые понадобятся в дальнейшем.

В силу соотношения (37) ядро $v(z)g(z)$ допускает представление

$$v(z)g(z)=-\frac{\varphi\langle g_0(z)\cdot,\varphi\rangle}{\Delta^{-1}(z)-\langle g_0(z)\varphi,\varphi\rangle}. \tag{55}$$

Следовательно, все особенности этого ядра определяются корнями дисперсионного уравнения $d(z)=0$, которое было исследовано в разделе 6. На основании сказанного выше мы заключаем, что ядро $(vg)(x, x', z)$, $x\in\gamma$, $x'\in\mathbb{R}^3$, является аналитической функцией переменной z на комплексной плоскости с разрезом по положительной полуоси. В точке $z=-\varkappa^2$ это ядро имеет полюс первого порядка, причем вычет $\operatorname{res}(vg, -\varkappa^2)$ дается формулой

$$\operatorname{res}(vg,-\varkappa^2)=\varphi\langle g_0(-\varkappa^2)\cdot,\varphi\rangle\times \tag{56}$$
$$\times\left\{\frac{d}{dz}[\Delta^{-1}(z)-\langle g_0(z)\varphi,\varphi\rangle]_{z=-\varkappa^2}\right\}^{-1}.$$

Удобно разделить в $v(z)g(z)$ вклады дискретного и непрерывного спектров оператора h:

$$(57)\qquad (vg)(x, x', z) = \frac{\varphi(x)\,\Phi(x')}{(z+\varkappa^2)\,N_0} + \widetilde{vg}(x, x', z).$$

Здесь первое слагаемое описывает вклад собственного числа $z=-\varkappa^2$, а второе $\widetilde{vg}(z)$ — вклад непрерывного спектра гамильтониана h. Согласно (51) и (55) асимптотика слагаемого $\widetilde{vg}(x, x', z)$ при $x'\to\infty$ в старшем порядке имеет вид

$$(58)\qquad \widetilde{vg}(x, x', z) \underset{x'\to\infty}{\sim} -\frac{\varphi(x)\,\langle\psi_{p'}^{(+)}, \varphi\rangle}{d(z)}\,\frac{e^{i\sqrt{z}|x'|}}{4\pi\,|x'|},$$

где $p' = -\sqrt{z}\hat{x}'$.

Литература

[1] *Народецкий И. М.* // Конспекты лекций III Всесоюзной школы по малочастичным и кварк-адронным системам. Вильнюс: Ин-т физики АН Лит.ССР, 1986. С. 116–163.

[2] *Kerbikov B. O.* Quantum Mechanics of a System with Confinement: Preprint ITEP-58. M.: ITEP, 1985. *Кербиков Б. О.* // ЯФ. 1985. Т. 41. В. 3. С. 725–732; ТМФ. 1985. Т. 65. № 3. С. 379–390.

[3] *Абдурахманов А., Ахмадхаджаев Б., Зубарев А. Л., Иргазиев Б. Ф.* Ядерная задача трех тел и потенциалы, зависящие от энергии: Препринт ИТФ-85-76Р. Киев: ИТФ АН УССР, 1985.

[4] *Orlowski M.* // Helv. Phys. Acta. 1983. V. 56. P. 1053–1078.

[5] *Schmid E.* The Problem of Using Energy-dependent Nucleon-Nucleon Potentials in Nuclear Physics: Preprint Univer. Tübingen, FRG, 1986.

[6] *Адамян В. М., Павлов Б. С.* // Зап. научн. семин. ЛОМИ. 1986. Т. 149. С. 7–23.

[7] *Павлов Б. С.* // ТМФ. 1984. Т. 59. № 3. С. 345–354.

[8] *Павлов Б. С., Фаддеев М. Д.* // Зап. научн. семин. ЛОМИ. 1983. Т. 126. С. 156–169.

[9] *Куперин Ю. А., Макаров К. А., Павлов Б. С.* // ТМФ. 1985. Т. 63. № 1. С. 78–87.

[10] *Куперин Ю. А., Макаров К. А., Павлов Б. С.* // ТМФ. 1986. Т. 69, № 1. С. 100–114.

[11] *Меркурьев С. П., Фаддеев Л. Д.* Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. М.: Наука, 1985.

[12] *Секефальви-Надь Б., Фояш Ч.* Гармонический анализ операторов в гильбертовом пространстве. М.: Мир, 1970.

[13] *Бирман М. Ш., Соломяк М. З.* Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. Л.: ЛГУ, 1980.

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 23.XI.1986 г.

QUANTUM FEW-BODY PROBLEM WITH INTERNAL STRUCTURE

I. TWO-BODY PROBLEM

Kuperin Yu. A., Makarov K. A., Merkuriev S. P., Motovilov A. K., Pavlov B. S.

Using the theory of operator extensions with the auxiliary Hilbert space in the two-particle sector the scattering theory is formulated for particles possessing internal structure. Analytical properties of resonance scattering amplitudes and Green functions for special singular energy-dependent interactions is investigated.